

Les données de cette activité sont issues de Devenez sorciers, devenez savants (pages 105 à 107), d'Henri Broch et Georges Charpak, éditions Odile Jacob, 2002.

Imaginons un individu se revendiquant astrologue, et faisant des prévisions pour les années à venir. En particulier, pour les années 1994, 1995 et 1996 (cette dernière année étant bissextile), il avait annoncé 169 jours sismiques dans le monde. Selon le *National Earthquake Information Service* (États-Unis), au cours de cette période, sur le même territoire, il y a eu 196 jours de séisme (en ne considérant que ceux dont la magnitude est supérieure ou égale à 6,5), dont 33 coïncident avec les prédictions de notre voyant. Nous allons étudier cette prédiction sous l'angle des probabilités.

L'hypothèse que nous allons étudier dans cet exercice est : « Les prédictions de l'astrologue sont le fruit du hasard. »

1 Étude préliminaire

1. On choisit au hasard une date des trois années considérées (les dates étant équiprobables), et on considère comme succès l'obtention d'un jour de séisme. Comment qualifier cette expérience aléatoire ?
2. On choisit maintenant au hasard 169 dates, de la même manière, et on appelle X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de succès. Comment qualifie-t-on cette expérience ? Quelle loi suit la variable X ? Quels sont ses paramètres ?
3. Calculer la probabilité que $X = 33$, c'est-à-dire la probabilité d'obtenir autant de succès que notre astrologue, en choisissant les dates au hasard.
4. Comparer cette probabilité avec la probabilité d'obtenir 50 fois *pile* lors de 100 lancers d'une pièce de monnaie équilibrée. À ce stade, que peut-on conclure des capacités de notre astrologue ?

2 Loi binomiale

1. Dans un tableur, écrire dans les cellules A1 à C1 les textes : k , $P(X=k)$ et $P(X \leq k)$. Entrer les entiers de 0 à 169 dans les cellules A2 à A171.
2. Dans la cellule B2, écrire la formule calculant $P(X=0)$ (en faisant référence à A2) ; recopier cette formule de B2 à B171.
3. Lire et interpréter la valeur affichée en B35.
4. Dans la cellule C2, écrire la formule calculant $P(X \leq 0)$ (en faisant référence à A2) ; recopier cette formule de C2 à C171.
5. Lire et interpréter la valeur affichée en C35.

3 Échantillonnage

1. Quel sont le plus petit entier a tel que $P(X \leq a) > 0,025$, et le plus petit entier b tel que $P(X \leq b) \geq 0,975$? Justifier que $P(a \leq X \leq b) \geq 0,95$.
2. On considère la variable aléatoire $\frac{X}{169}$ égale à la fréquence de dates correspondant à un jour de séisme. À quoi correspond l'intervalle $J = \left[\frac{a}{169}; \frac{b}{169} \right]$?
3. Calculer la fréquence f de prédictions correctes de l'astrologue. Appartient-elle à J ? Que peut-on conclure ?