4 Échantillonnage

Activité. Un « sourcier » accepte de se prêter à une expérience pour prouver ses capacités, et essaye de déterminer si un seau recouvert dont on ne voit pas l'intérieur contient ou non de l'eau.
Sur 50 essais, il a trouvé la réponse correcte 30 fois. Le sourcier a-t-il un don ?
Pour répondre à cette question, nous allons voir si une personne soumise au même test que le sourcier, mais répondant au hasard, pourrait obtenir le même taux de réussite que le prétendu sourcier.

1. En annonçant au hasard si le seau contient ou non de l'eau, quelle est la probabilité d'obtenir la bonne réponse ? *Réponse : .....*
2. Simuler une expérience : sur la calculatrice, tirer un nombre entre 0 et 1 au hasard : OPTN PROB RAND Ran#. Si ce nombre est supérieur à 0,5, compter une bonne réponse (succès) ; sinon, compter une mauvaise réponse (échec). *Réponse : .....*
3. Le sourcier a eu droit à 50 essais. Simuler 50 expériences (en répétant les mêmes instructions qu'à la question précédente), et noter les résultats ci-dessous. Dans chaque case, mettre un cercle ∘ en cas de succès, et une croix × en cas d'échec.

Nombre total de succès obtenus : …

4. Partager les résultats avec l'ensemble de la classe (pour plus de lisibilité, laisser vide les cases contenant 0).

Succès	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Effectif																										

Succès	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
Effectif																										

5. Combien de simulations ont produit autant ou plus de succès que le sourcier ? *Réponse : .....*
6. Le sourcier a-t-il fait preuve de son don ?

Intervalle de fluctuation

Définition et Propriété. Pour un échantillon de taille $n \geqslant 25$, et une proportion p du caractère appartenant à $[0,2;0,8]$, la fréquence observée d'apparition d'un caractère dans l'échantillon appartient à l'_____ _____ avec une probabilité d'au moins _____.

Méthode (Prise de décision)**.** Étant donné un échantillon de taille $n \geqslant 25$, on se demande s'il est compatible avec un modèle donné, où le caractère apparait avec une probabilité $p \in [0,2;0,8]$. On note f la fréquence d'apparition du caractère dans cet échantillon.

— Si $f \notin \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$,

— Si $f \in \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$,

Exemple. L'Assemblée nationale est actuellement composée 577 députés, dont 26 employés et ouvriers [1], alors qu'ils représentent 47,7 % des actifs occupés en 2016 [2] (les autres étant des artisans, commerçants, chefs d'entreprise, cadres, professions intermédiaires, agriculteurs, etc.). La question que l'on se pose est : La proportion d'employés et ouvriers à l'Assemblée est-elle normale, ou ces catégories sont-elles sous représentées ?
Pour simplifier le problème, on suppose que la proportion des employés et ouvriers (en activité ou non) parmi les personnes majeures en France est la même que parmi les actifs (c'est-à-dire 47,7 %).

1. Supposons que l'on choisisse au hasard un échantillon de 577 personnes majeures dans la population française.
   (a) Quelle est la taille de l'échantillon ? Quelle est la probabilité qu'un individu choisi au hasard parmi les français majeurs actifs la population française soit un employé ou un ouvrier ?
   (b) L'échantillon respecte-t-il les conditions de l'intervalle de fluctuation ?
   (c) Déterminer un intervalle de fluctuation au seil de 95 % de cet intervalle.
2. Quelle est la proportion d'employés et ouvriers à l'Assemblée nationale ?
3. Conclure : Les employés et ouvriers sont-ils sous-représentés à l'Assemblée nationale ?

1. Source : *Liste des députés par catégorie socioprofessionnelle*, données publiées par l'Assemblée Nationale. `http://www2.assemblee-nationale.fr/deputes/liste/cat-sociopro`
2. Source : *France, portrait social, édition 2017.* `https://www.insee.fr/fr/statistiques/3197279?sommaire=3197289`