4 Échantillonnage

Activité. *Un « sourcier » accepte de se prêter à une expérience pour prouver son pouvoir : il essaye de déterminer si de l'eau traverse un tuyau.*
Sur 50 essais, il a trouvé la réponse correcte 30 fois. Le sourcier a-t-il apporté la preuve de son pouvoir ?
Pour répondre à cette question, nous allons voir si une personne soumise au même test que le sourcier, mais répondant au hasard, pourrait obtenir un aussi bon taux de réussite que le prétendu sourcier.

1. *En annonçant au hasard si le seau contient ou non de l'eau, quelle est la probabilité d'obtenir la bonne réponse ?* Réponse : .....
2. *Simuler une expérience : sur la calculatrice, tirer un nombre entre 0 et 1 au hasard :* OPTN PROG RAND Ran#. *Si ce nombre est supérieur à 0,5, compter une bonne réponse (succès) ; sinon, compter une mauvaise réponse (échec).* Réponse : .....
3. *Le sourcier a eu droit à 50 essais. Simuler 50 expériences (en répétant les mêmes instructions qu'à la question précédente), et noter les résultats ci-dessous. Dans chaque case, mettre un cercle ∘ en cas de succès, et une croix × en cas d'échec.*

   Nombre total de succès obtenus : …
4. *Partager les résultats avec l'ensemble de la classe (pour plus de lisibilité, laisser vide les cases contenant 0).*

Succès	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*	*21*	*22*	*23*	*24*	*25*
Effectif																										

Succès	*26*	*27*	*28*	*29*	*30*	*31*	*32*	*33*	*34*	*35*	*36*	*37*	*38*	*39*	*40*	*41*	*42*	*43*	*44*	*45*	*46*	*47*	*48*	*49*	*50*	
Effectif																										

5. *Combien de simulations ont produit autant ou plus de succès que le sourcier ?* Réponse : .....
6. *Le sourcier a-t-il apporté la preuve de son pouvoir ?*

Intervalle de fluctuation

Définition et Propriété. *Pour un échantillon de taille $n \geq 25$, et une proportion p du caractère appartenant à $[0,2;0,8]$, la fréquence observée d'apparition d'un caractère dans l'échantillon appartient à l'_____ _____ avec une probabilité d'au moins ____.*

Méthode (Prise de décision)**.** *Étant donné un échantillon de taille $n \geq 25$, on se demande s'il est compatible avec un modèle donné, où le caractère apparait avec une probabilité $p \in [0,2;0,8]$. On note f la fréquence d'apparition du caractère dans cet échantillon.*

— *Si* $f \notin \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$,
— *Si* $f \in \left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$,

Exemple. *L'Assemblée nationale est actuellement composée 576 députés, dont 228 femmes*[1]*, alors que la population française est composée de 48% de femmes*[2]*. La question que l'on se pose est : La proportion de femmes à l'Assemblée est-elle normale, ou sont-elles sous-représentées ?*

1. *Quelle est la proportion de femmes à l'Assemblée nationale ?*
2. *On choisit au hasard un échantillon de 576 personnes dans la population française.*
   (a) *Quelle est la taille de l'échantillon ? Quelle est la probabilité qu'un individu choisi au hasard parmi les français de la population française soit une femme ?*
   (b) *L'échantillon respecte-t-il les conditions de l'intervalle de fluctuation ?*
   (c) *Déterminer un intervalle de fluctuation au seil de 95 % de cet intervalle.*
3. *Conclure : Les femmes sont-elles sous-représentées à l'Assemblée nationale ?*

1. Source : *Liste des députés répartis par sexe*, Assemblée Nationale, `http://www2.assemblee-nationale.fr/deputes/liste/homme-femme` (consulté le 14/11/2018).
2. Source : *Population par sexe et groupe d'âges en 2018*, Insee, `https://www.insee.fr/fr/statistiques/2381474` (consulté le 14/11/2018).